

CISZTERCI REND NAGY LAJOS GIMNÁZIUMA
ÉS KOLLÉGIUMA

HELYI TANTERV

Hatosztályos képzés

PÉCS
2023



- I. **A KERETTANTERVI HIVATKOZÁS**
 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról
 NAT 2020-hoz illeszkedő tartalmi szabályozók
https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat
- II. **ÉRVÉNYESSÉG KEZDETE:** 2020. szeptember 01.
- III. **A TANTÁRGY ÓRAKERETE:**

Évfolyam	Heti óraszám
7.osztály	3
8.osztály	3
9. évfolyam	4
10. évfolyam	4
11. évfolyam	3
12. évfolyam	4

- IV. **A TANTÁRGGYAL KAPCSOLATOS PEDAGÓGIAI SZERVEZÉSI MEGJEGYZÉSEK**
 A matematika tantárgyat minden évfolyamon csoportbontásban valósítjuk meg.
- V. **A TANULÓ ÉRTÉKELÉSE**
 Pedagógiai program kiegészítése tartalmazza.
- VI. **A TANESZKÖZÖK KIVÁLASZTÁSÁNAK ELVEI**
 Hivatalos tankönyvjegyzékben szereplő tankönyvek.
- VII. **ÉRETTSÉGI VIZSGA**
 Közép és emelt szintű érettségire történő felkészítés is történik a matematika tantárgy keretein belül.
- VIII. **TANTÁRGYI RÉSZ**

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatói szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek

feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának képességét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének képességét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulása során erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményező-készség, másokkal való együttműködés-készsége).

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

7. – 8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon a korábbinál nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: **Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság,**

százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése, Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás. Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A 7–8. évfolyamon a Matematika tantárgy alapóraszám: 204 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám negyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók a tanult ismeretek mélyítésére, ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

HATOSZTÁLYOS (ÁLTALÁNOS) KÉPZÉS

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	13
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	17
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	23
Arányosság, százalékszámítás	19
Szöveges feladatok előkészítése	19
Szöveges feladatok	21
A függvény fogalmának előkészítése	13
Síkbeli alakzatok	25
Transzformációk, szerkesztések	19
Térgometria	21
Leíró statisztika	13
Valószínűség-számítás	13
ÖSSZESEN	216

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben
- Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört
alaphalmaz, halmazok különbsége, intervallum

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
- Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
- Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaz $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaz $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közösleges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
- Játék makaó jellegű kártyával: törtek különböző alakjainak keresése

Számhalmazok megjelenítése relációkkal, intervallum jelöléssel és számegyenesen
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz számának meghatározása; kitekintés az általánosítás felé
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek és a különbség művelet kapcsolatának bemutatása a halmazábrán

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
Egyszerű stratégiai és logikai játékok
Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle
„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása

- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérgözések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- Relatív prímelek felismerése
- Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban
- Műveletek végzése hatványokkal
- Pozitív egész számok négyzetgyökének észszerű pontossággal való megadása számológéppel

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

relatív prímelek, pozitív egész számok négyzetgyöke

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímelek keresésére
- Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
- „Bumm” játék a relatív prímelek felismerésére

Triminó a negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazására
10 pozitív egész kitevőjű hatványainak megfigyelése a mértékváltásnál
Dominó hatványokkal végzett műveletekhez
Ismerkedés a zsebszámológép hatvány és négyzetgyök funkciójával

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben

Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása

Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom

Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása

Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása

A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése

Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei
aránypár, arányos osztás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén

A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával

Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén

Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása

Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése

Projektmunka, például összejövétel, játékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése

Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel

Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges

A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után

Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

Arányos osztásra vonatkozó ismert „furfangos” feladatok bemutatása, hasonló feladatok készítése önállóan

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok előkészítése

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére

Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása

Helyettesítési érték számolása

Egytagú kifejezések számmal való szorzása

Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása

Két tagból közös számtényező kiemelése

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egyenemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása

Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása

Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása

„Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása

„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletssorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét.

A fejből alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása

Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldási algoritmusának bemutatása kétkarú mérleg alkalmazásával

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

matematikából, más tantárgykból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)

Matematikából, más tantárgykból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel

Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása

Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával

Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;

a költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;

egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont

Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása

Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása

Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben

Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése

Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal

A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése

Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása

Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;

ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;

a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;

ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Háromszögek külső szögeinek összege

Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma

A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra

Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján
átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező,
magasságvonal
Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján
Pitagoraszi számhármások

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal,
körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

Javasolt tevékenységek

Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása;
annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet
nyírása, négyzetből téglalap nyírása

Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok
megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a
tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése

Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

„Rontó” játék speciális négyszögekkel

Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása

Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír
területének becslése, számolása

Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása

Derékszög kijelölése csomós kötéllel

Pitagoraszi számhármások keresése

Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola
épületében és a játszótéren

„Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

A háromszög oldalfelező merőlegeseinek, szögfelezőinek, magasságvonalainak
megszerkesztésével sejtések megfogalmazása a nevezetes pontokról és azok
elhelyezkedéséről

Csoportmunka, projekt készítése a szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak
bemutatására

Matematikatörténeti kutatómunka a pitagoraszi számhármásokról

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;

geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő
ábrát;

felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

TÉMAKÖR: Térgeometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
ismeri a gömb tulajdonságait;
a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján

Testek hálójának készítése

A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai

A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek

Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal

FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

forgáshenger, forgáskúp

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése

Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata

A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján

Földgömb bemutatása matematikai szempontból

Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson

Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása

Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Forgástestek származtatása „zászlós” modellel; a forgáshenger és a forgáskúp kiválasztása

Gyűjtőmunka: forgástestek a környezetünkben

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;

adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;

megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;

konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése

Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon

Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak

Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint

Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása

Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása

Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása

Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiaagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;

valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;

ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is

Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése

Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál

A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkal, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal

Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok

Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára

Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja

Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket

21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

„Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A 9–10. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámát tagozatonként más. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A 9-10. évfolyamos témakörök áttekintő táblázata a hatosztályos képzés során:

HATOSZTÁLYOS (ÁLTALÁNOS) KÉPZÉS

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	14
Matematikai logika	14

Kombinatorika, gráfok	17
Számhalmazok, műveletek	11
Hatvány, gyök	20
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényvábrázolás során	14
Arányosság, százalékszámítás	17
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	25
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	17
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	23
Geometriai alapismeretek	11
Háromszögek	23
Négyszögek, sokszögek	14
A kör és részei	14
Transzformációk, szerkesztések	28
Leíró statisztika	14
Valószínűség-számítás	12
Összes óraszám:	288

Témakör: Halmazok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
véges halmazok elemszámát meghatározza;
alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:
adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
halmazokat különböző módokon megad;
halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése

Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése

Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
Szemléletes kép végtelen halmazokról

Fogalmak

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása

Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása

A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján

Barkochba játék

A „végtelen szálloda” mint modell

Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

Témakör: Matematikai logika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;

megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;

tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;

alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;

ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;

megfogalmazza adott állítás megfordítását;

helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A matematikai bizonyítás fogalma

Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)

Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban

A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban

A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben

Adott állítás megfordításának megfogalmazása

„Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
„Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása
csoportmunkában

Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”

Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok

Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Témakör: Kombinatorika, gráfok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát;

megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;

konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;

véges halmazok elemszámát meghatározza;

alkalmazza a logikai szita elvét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
rendszerezéssel

Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban

Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában

Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában

Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok
megoldására

Fogalmak

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával

Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására

Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal

Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása

Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása

Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása

Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal

Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Témakör: Számhalmazok, műveletek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;

ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;

racionális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír;

ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;

ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;

a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;

valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata

Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont

Irracionális számok szemléltetése

Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen

Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása

Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása

Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése

Valós számok adott jegyre kerekítése

Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

Fogalmak

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprokok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek

Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel

Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával

Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről

A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása

Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

Témakör: Hatvány, gyök

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;

ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;

ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;

ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre

Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre

A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése

A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén

Számok normálalakja

Számolás normálalak segítségével

A négyzetgyök definíciója

Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével

A négyzetgyökvonás azonosságai

Fogalmak

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral

Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

Témakör: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;

ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;

átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa

Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során

Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)

Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel

Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

Fogalmak

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata

Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése

A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése

Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése

Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)

Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével

Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

Témakör: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát;

a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;

felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;

egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;

megold elsőfokú egysismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusán
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
Nyílt végű problémák megoldása
Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

Témakör: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát;

a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;

felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;

egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal

Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán

Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása

Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán

Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása

$$\sqrt{x+c}=ax+b$$

Fogalmak

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve

Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során

Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

Témakör: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;

adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;

adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;

táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;

a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű

Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete

Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése

Függvények ábrázolása táblázat alapján

Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására

A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása

Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai

Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$

Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján

Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában

Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)

A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)

Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése

Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével

Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával

Szöveges feladatok megoldása grafikus úton

Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

Témakör: Geometriai alapismeretek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;

felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;

ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;

ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban

Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása

Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek

A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete

Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata

Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése

Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése

Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

Témakör: Háromszögek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;

ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;

ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint

Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között

Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög

A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör

Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása

A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása

A Pitagorasz-tétel bizonyítása

Háromszög területének kiszámítása

Fogalmak

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában

Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában

A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Témakör: Négyszögek, sokszögek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;

átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása

Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása

Szabályos sokszög fogalmának ismerete

Szabályos sokszög területe átdarabolással

Fogalmak

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos

sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással

A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

Témakör: A kör és részei

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;

ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;

ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével

Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak

A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása

A Thalész-tétel bizonyítása

Fogalmak

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása

A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;

ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;

alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismer példákat geometriai transzformációkra;

ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;

ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;

megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolját hagyományosan és digitális eszközzel;

geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)

A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik

A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével

Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása

Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel

Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban

Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában

Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása

Négyszögek egybevágósága

Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió

Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai

A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában

Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

Fogalmak

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés

A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja

M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása

A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában

Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában

Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

Témakör: Leíró statisztika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;

hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;

felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése

Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból

Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel

A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések

Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel

Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása

Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont

Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése

A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában

Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel

Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért

Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében

Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

Témakör: Valószínűség-számítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;

véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése

A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon

A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása

Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkal); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére

Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása

Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján

Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is. Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznék feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja tagozatonként és emelt szint is különböző. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismételésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetség gondozásra és számonkérésre.

A 11-12. évfolyamos, hatosztályos képzés témaköreinek áttekintő táblázata:

HATOSZTÁLYOS (ÁLTALÁNOS) KÉPZÉS

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	7
Kombinatorika, gráfok	12
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	17
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	15
Exponenciális folyamatok vizsgálata	15
Sorozatok	22
Trigonometria	17

Térgeometria	25
Koordinátageometria	17
Leíró statisztika	15
Valószínűség-számítás	20
Rendszerező összefoglalás	50
Összes óraszám:	232

Témakör: Halmazok, matematikai logika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
Logikai kifejezések megfelelő használata
Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

logikai műveletek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása
igazságtáblázat segítségével
Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Témakör: Kombinatorika, gráfok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú
információkat kigyűjti, rendszerezi;
a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok
megoldása
A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül

A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Anagramma készítése a tanulók neveiből

A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása

A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével

Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése

Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése

Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;

összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;

meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;

ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;

érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;

ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;

ismer példákat irracionális számokra.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezősz felbontásból

Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása

Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)

Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben

Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata

A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig

Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete

Példák irracionális számokra

Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímelek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása

Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények

Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól

Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás

Halmazra elkészítése a számhalmazokról

Témakör: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;

ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;

képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;

adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása

Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén

Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén

A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén

Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai

A logaritmus értelmezése

Áttérés más alapú logaritmusra

Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

Fogalmak

n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt

Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában

Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában

Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével

10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

Témakör: Exponenciális folyamatok vizsgálata

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban

Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Fogalmak

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban

Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában

Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Témakör: Sorozatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;

a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;

a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;

ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;

mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A számsorozat fogalmának ismerete

Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval

Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint

Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege

Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege

A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása

Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában

Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása

Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása

Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

Fogalmak

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat

Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével

A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása

Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

Témakör: Trigonometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
kiszámítja háromszögek területét;
ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hegyeszög szinusza, koszinusza, tangense

Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben

Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense

Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei

Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével

Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében

Színusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása

A színusztétel bizonyítása

Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével

A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva

Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Fogalmak

színusz, koszinusz, tangens, színusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése

Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján

Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

Témakör: Térgeometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a színusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;

lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;

kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;

ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;

ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban

A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete

Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete

Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben

A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban

A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben

A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással

Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása

A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel

A Louvre bejáratoként épített üvegpíramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)

Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellel méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

Témakör: Koordinátageometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat;
koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Torpedójáték” koordináta-rendszerben

Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével

Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján

Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával

Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában

„Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével

„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

Témakör: Leíró statisztika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;

hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;

ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete

Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése

Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal

Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása

A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések

Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal

Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre

Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között

A Simpson-paradoxon bemutatása példákon

Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása

Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

Témakör: Valószínűség-számítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;

ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;

ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;

meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre

Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására

Példák ismerete független és nem független eseményekre

A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása

A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása

Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén

A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban

Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérméssel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában

Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában

Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével

Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása

Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése

Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
Az osztályozóvizsga tematikája tartalmazza.